

Tipp 19/05

Momenten-Normalkraft-Interaktion bei zweiachsiger Biegung nach DIN EN 1993-1-1:2010-12 [1] und DIN EN 1993-1-1/A1:2014-07 [2] in Verbindung mit DIN EN 1993-1-1/NA:2015-08 [3]

Bei einer gleichzeitigen Beanspruchung von Querschnitten durch zweiachsige Biegung und Normalkraft kommt es zu einer Interaktion dieser Beanspruchungen. Nach [1], Abschnitt 6.2.9.1 wird diese gegenseitige Beeinflussung durch die Berücksichtigung der Normalkrafteinwirkung bei der Ermittlung der jeweiligen Momentenbeanspruchbarkeiten $M_{N,y,Rd}$ und $M_{N,z,Rd}$ erfasst. Somit wird der zu führende Nachweis auf einen Momentennachweis für zweiachsige Beanspruchung der folgenden Form reduziert.

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

In dieser Gleichung werden die folgenden Werte berücksichtigt.

$M_{y,Ed}$ einwirkendes Biegemoment um die y-Achse

$M_{N,y,Rd}$ abgeminderter Bemessungswert der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit um die y-Achse

α Exponent in Abhängigkeit von dem Profilquerschnitt

$M_{z,Ed}$ einwirkendes Biegemoment um die z-Achse

$M_{N,z,Rd}$ abgeminderter Bemessungswert der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit um die z-Achse

β Exponent in Abhängigkeit von dem Profilquerschnitt

Die auf dem Querschnitt einwirkenden Biegemomente $M_{y,Ed}$ und $M_{z,Ed}$ können aus der Schnittgrößenermittlung entnommen werden.

Wenn, bei gewalzten I- oder H-Querschnitten nach Profillnormen bzw. bei geschweißten I- oder H-Querschnitten mit gleichen Flanschen, keine Schraubenlöcher berücksichtigt werden müssen, dürfen die abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit nach den folgenden Näherungsgleichungen bestimmt werden.

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} * \frac{1-n}{1-0,5*a} \leq M_{pl,y,Rd}$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} * \begin{cases} 1 & \text{wenn } n \leq a \\ \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] & \text{wenn } n > a \end{cases}$$

In diesen Gleichungen werden die folgenden Werte berücksichtigt.

$M_{pl,Rd}$ plastische Momentenbeanspruchbarkeit um die jeweilige Querschnittsachse

n Normalkraftausnutzungsgrad

a Flächenverhältnis

Die plastischen Momentenbeanspruchbarkeiten $M_{pl,y,Rd}$ und $M_{pl,z,Rd}$ können mit Hilfe der folgenden Gleichungen ermittelt werden.

$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} * \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} * \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

In diesen Gleichungen werden die folgenden Werte berücksichtigt.

- W_{pl} plastisches Widerstandsmoment des Querschnitts um die jeweilige Querschnittsachse
- f_y Streckgrenze des Baustahlmaterials
- γ_{M0} Teilsicherheitsbeiwert für Querschnittsnachweis ohne Stabilitätsversagen nach [3], Abschnitt 6.1(1) ($\gamma_{M0} = 1,0$)

Die Werte für das plastische Widerstandsmoment des Querschnitts um die jeweilige Querschnittsachse können entweder Tabellenwerken entnommen oder nach den Regeln der Festigkeitslehre bestimmt werden.

Der Normalkraftausnutzungsgrad n wird entsprechend der folgenden Gleichung ermittelt.

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

In dieser Gleichung werden die folgenden Werte berücksichtigt.

- N_{Ed} einwirkende Normalkraft
- $N_{pl,Rd}$ plastische Normalkraftbeanspruchbarkeit

Die einwirkende Normalkraft N_{Ed} ergibt sich aus der Schnittgrößenermittlung. Die plastische Normalkraftbeanspruchbarkeit kann mit Hilfe der folgenden Gleichung ermittelt werden.

$$N_{pl,Rd} = \frac{A * f_y}{\gamma_{M0}}$$

Für diese Gleichung wird zusätzlich zu den schon vorher genannten Eingangswerten auch die Fläche des Profilquerschnitts A benötigt, welche ebenfalls Tabellenwerken entnommen oder nach den Regeln der Festigkeitslehre bestimmt werden kann.

Das Flächenverhältnis a darf nach der folgenden Gleichung bestimmt werden.

$$a = \frac{A - 2 * b * t_f}{A} \leq 0,5$$

In dieser Gleichung werden die folgenden Werte berücksichtigt.

- A Querschnittsfläche
- b Profilbreite
- t_f Flanschdicke

Der Exponent α darf bei I- oder H-Querschnitten mit $\alpha = 2$ angenommen werden. Für die Ermittlung des Exponenten β ist die folgende Gleichung anzuwenden.

$$\beta = 5 * n \geq 1$$

Bei runden Hohlquerschnitten (KHP), bei denen keine Schraubenlöcher berücksichtigt werden müssen, ist der Berechnungsaufwand deutlich geringer als bei I- oder H-Querschnitten. Auf Grund der Geometrie sind die abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit um die y- und z-Achse identisch und werden nach der folgenden Gleichung ermittelt.

$$M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = M_{pl,Rd} * (1 - n^{1,7})$$

Die Exponenten α und β sind ebenfalls identisch und mit $\alpha = \beta = 2$ anzusetzen.

Bei der Nachweisführung mit rechteckigen Hohlquerschnitten (RHP) mit konstanter Blechdicke und geschweißten Kastenquerschnitten mit gleichen Flanschen und Stegen, bei denen keine Schraubenlöcher berücksichtigt werden müssen, muss wiederum deutlich mehr Aufwand betrieben werden. Die abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit sind mit den folgenden Gleichungen zu berechnen.

- Momentenbeanspruchung um die y-Achse

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} * \frac{1-n}{1-0,5 * a_w} \leq M_{pl,y,Rd}$$

- Momentenbeanspruchung um die z-Achse

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} * \frac{1-n}{1-0,5 * a_f} \leq M_{pl,z,Rd}$$

In diesen Gleichungen werden zusätzlich zu den bisher beschriebenen Werten die folgenden Größen berücksichtigt.

a_w Flächenverhältnis bezogen auf die Querschnittsstege

a_f Flächenverhältnis bezogen auf die Querschnittsflansche

Die Flächenverhältnisse sind nach den folgenden Gleichungen zu bestimmen.

- für Hohlquerschnitte

$$a_w = \frac{A - 2 * b * t}{A} \leq 0,5$$

$$a_f = \frac{A - 2 * h * t}{A} \leq 0,5$$

- für Kastenquerschnitte

$$a_w = \frac{A - 2 * b * t_f}{A} \leq 0,5$$

$$a_f = \frac{A - 2 * h * t_w}{A} \leq 0,5$$

In diesen Gleichungen werden zusätzlich zu den bisher beschriebenen Werten die folgenden Größen berücksichtigt.

t Wandungsdicke des rechteckigen Hohlquerschnitts

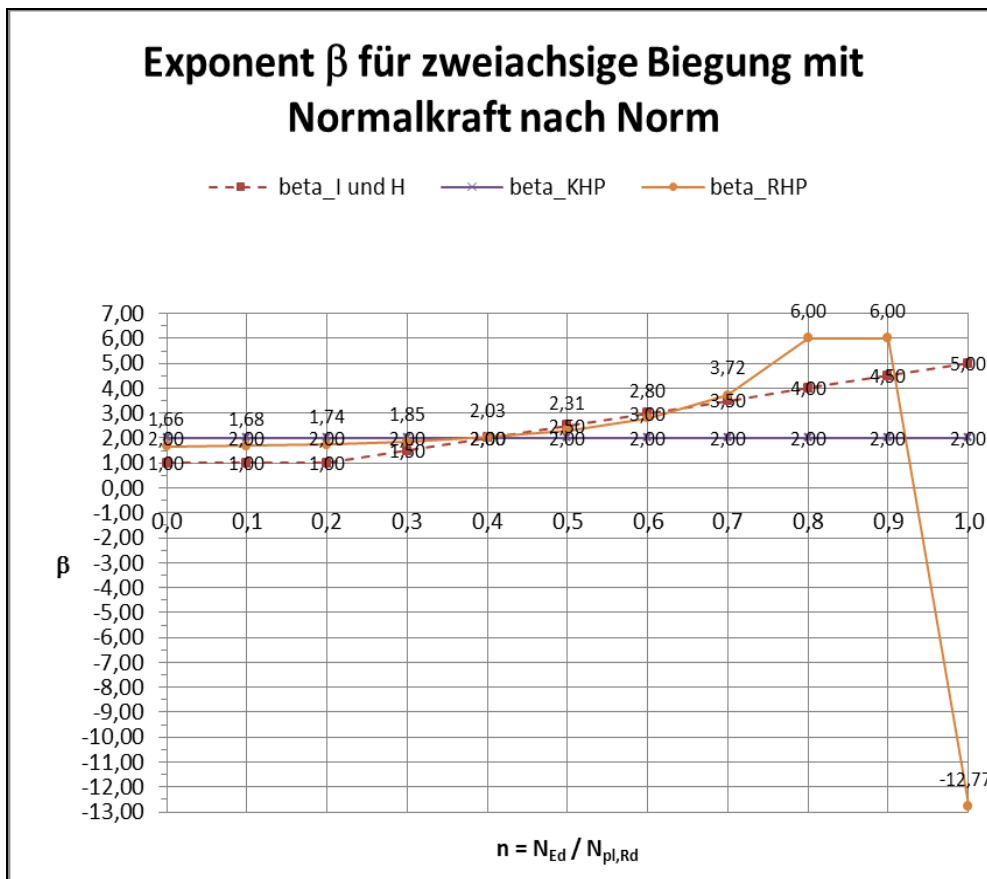
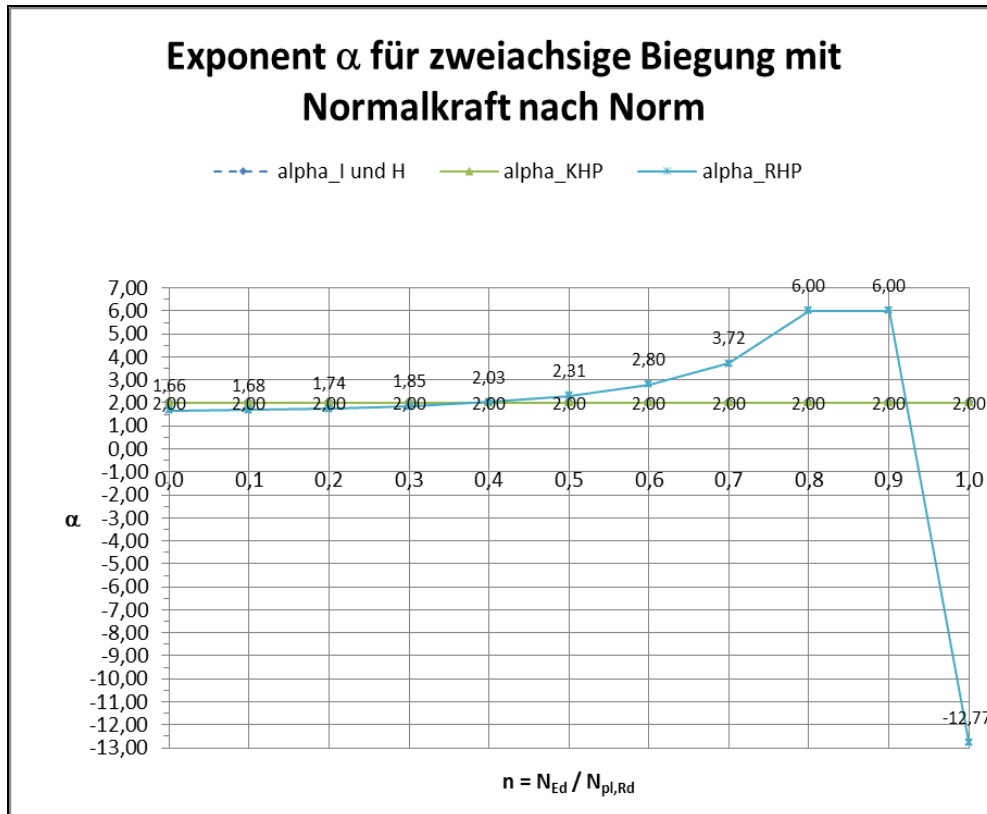
h Profilhöhe

t_w Stegdicke des Kastenquerschnitts

Die Exponenten α und β sind identisch und nach [1] mit $\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13 * n^2} \leq 6$ anzusetzen.

Nach dieser umfangreichen Darstellung der verschiedenen Nachweisformate soll nun zuerst auf die Ermittlung der Exponenten α und β eingegangen werden.

Diese Exponenten können nach [1], Abschnitt 6.2.9.1(6) wie oben beschrieben ermittelt oder konservativ mit 1 angenommen werden. Eine Berechnung der Exponenten nach den obigen Gleichungen wurde vorgenommen. Die Ergebnisse wurden graphisch, in Abhängigkeit von der Normalkraftauslastung n , aufbereitet.



An Hand dieser graphischen Auswertung wird deutlich, dass die in [1] für rechteckige Hohlquerschnitte (RHP) angegebene Berechnungsgleichung analytische Schwächen aufweist. Auf diese Schwächen und die entsprechende, einfache Behebung soll im Folgenden eingegangen werden.

Die Normalkraftauslastung $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$ kann theoretisch Werte von $0 \leq n \leq 1$ annehmen. Wenn der

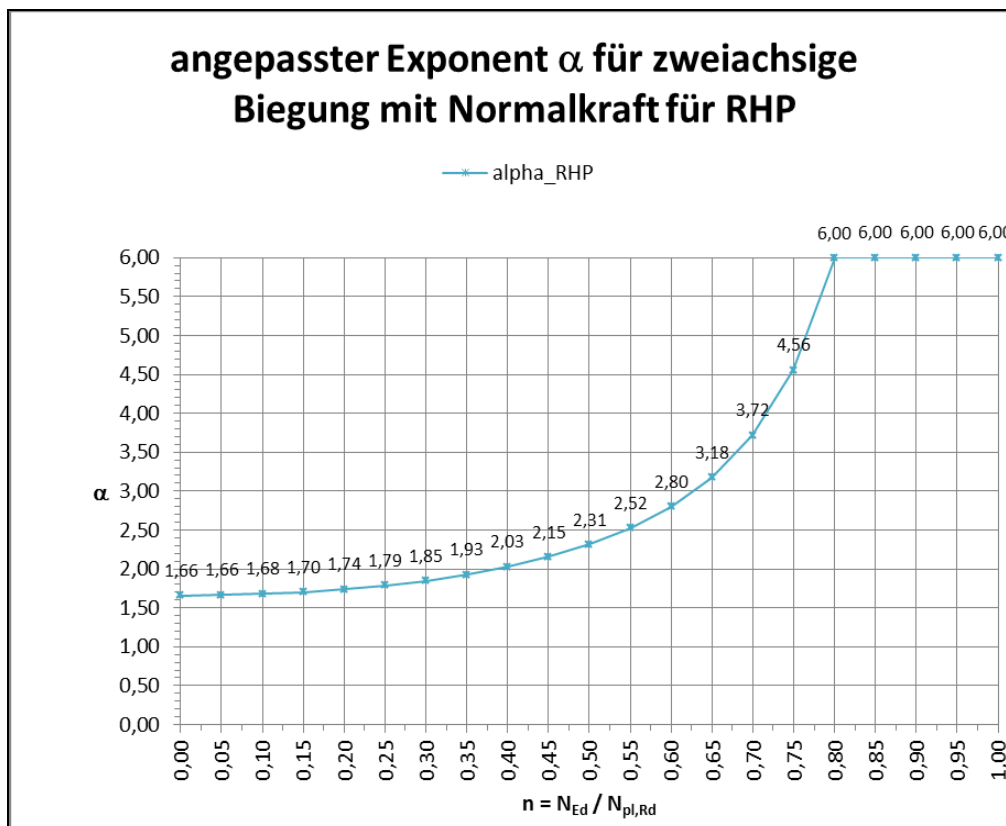
Nenner der Gleichung $\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13 * n^2}$ negativ wird, ergeben sich für α und β jeweils negative

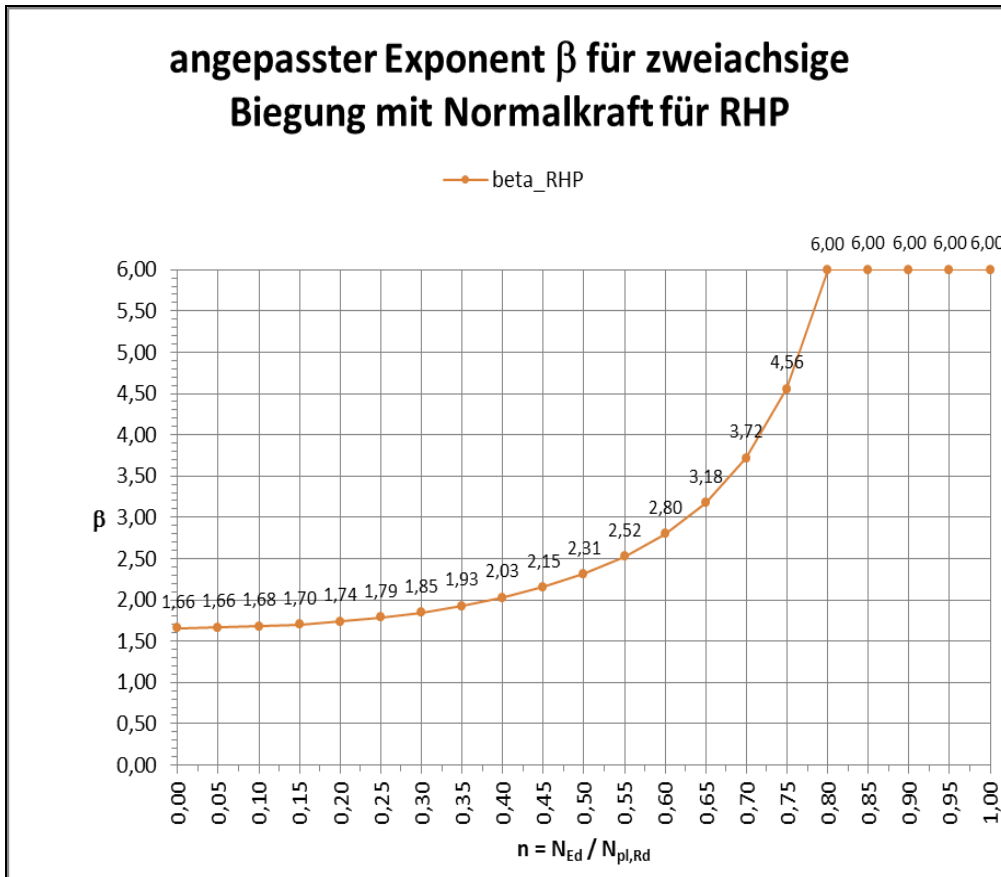
Werte, welche die Bedingung $\alpha < 6$ und $\beta < 6$ natürlich einhalten. Dies stellt sich ein, wenn $n > \sqrt{\frac{1}{1,13}} = 0,94$ ist. Das führt zu dem in den Graphiken ersichtlichen Abknicken des Kurvenverlaufs

für α und β bei Auslastungsgraden $n > 0,9$ und negativen Werten für die Exponenten bei $n = 1$. Die Lage des Knickpunktes bei $n = 0,9$ liegt an der in der Auswertung vorgenommenen Teilung von 0,10. Soll dieser Knick vermieden werden, kann die Gleichung wie folgt abgewandelt werden.

$$\alpha = \beta = \left| \frac{1,66}{1 - 1,13 * n^2} \right| \leq 6$$

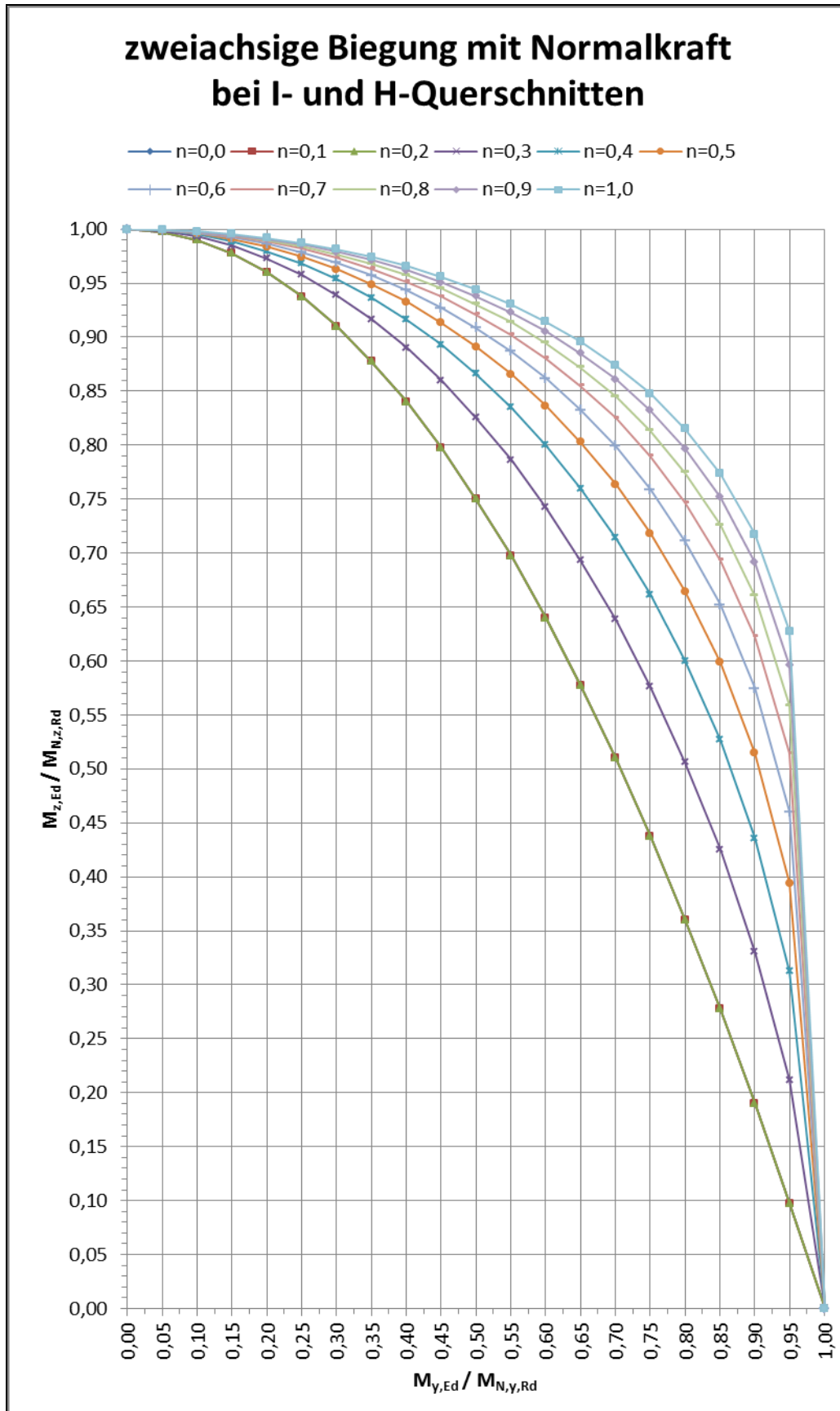
Bei der Anwendung dieser abgewandelten Gleichung ergeben sich je nach Auslastungsgrad n die folgenden graphischen Verläufe für die Exponenten α und β bei rechteckigen Hohlprofilen (RHP).

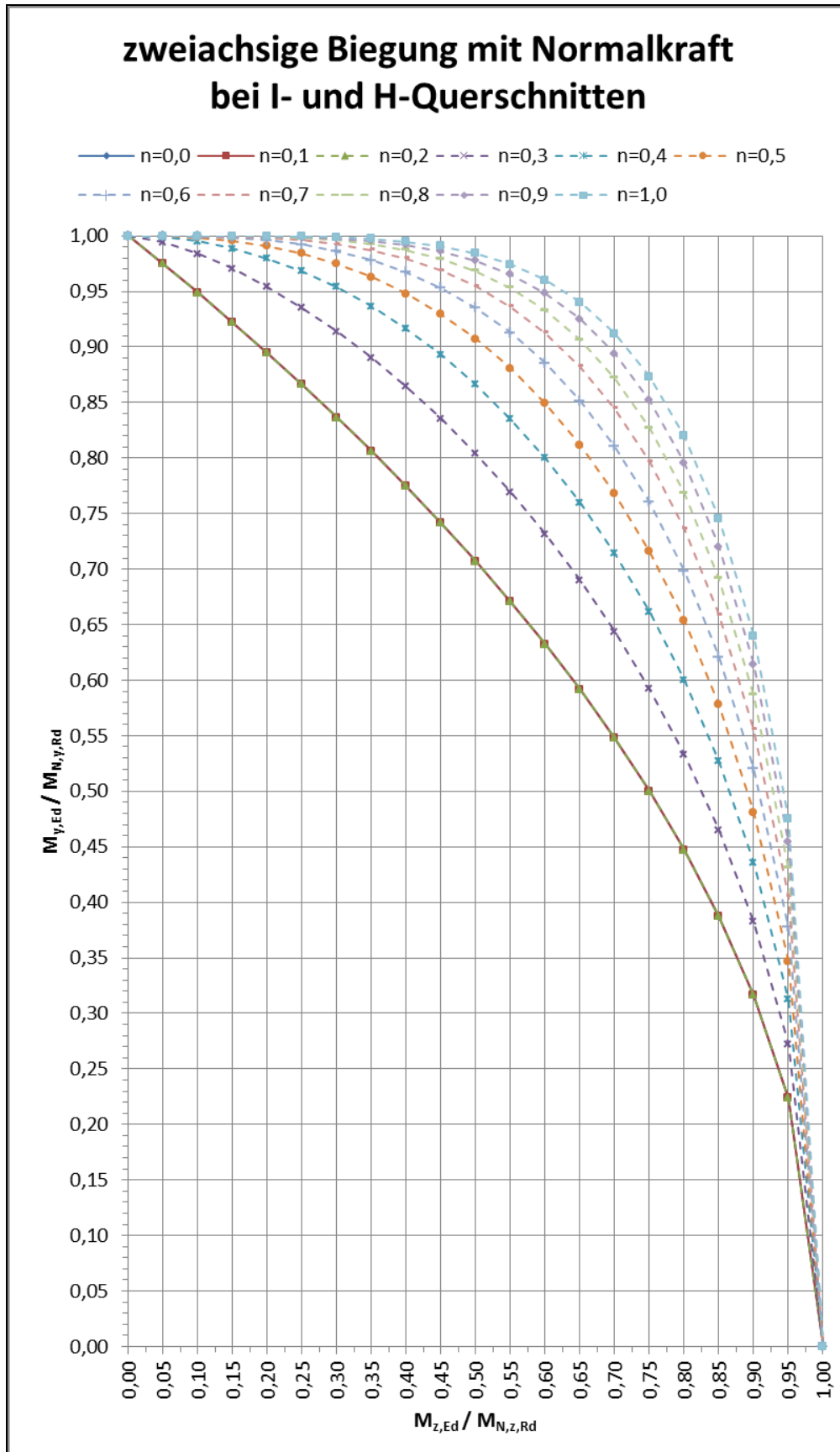




Nun kann der Nachweis für eine zweiachsige Biegebeanspruchung mit gleichzeitiger Normalkrafteinwirkung nach der Gleichung $\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$ geführt werden.

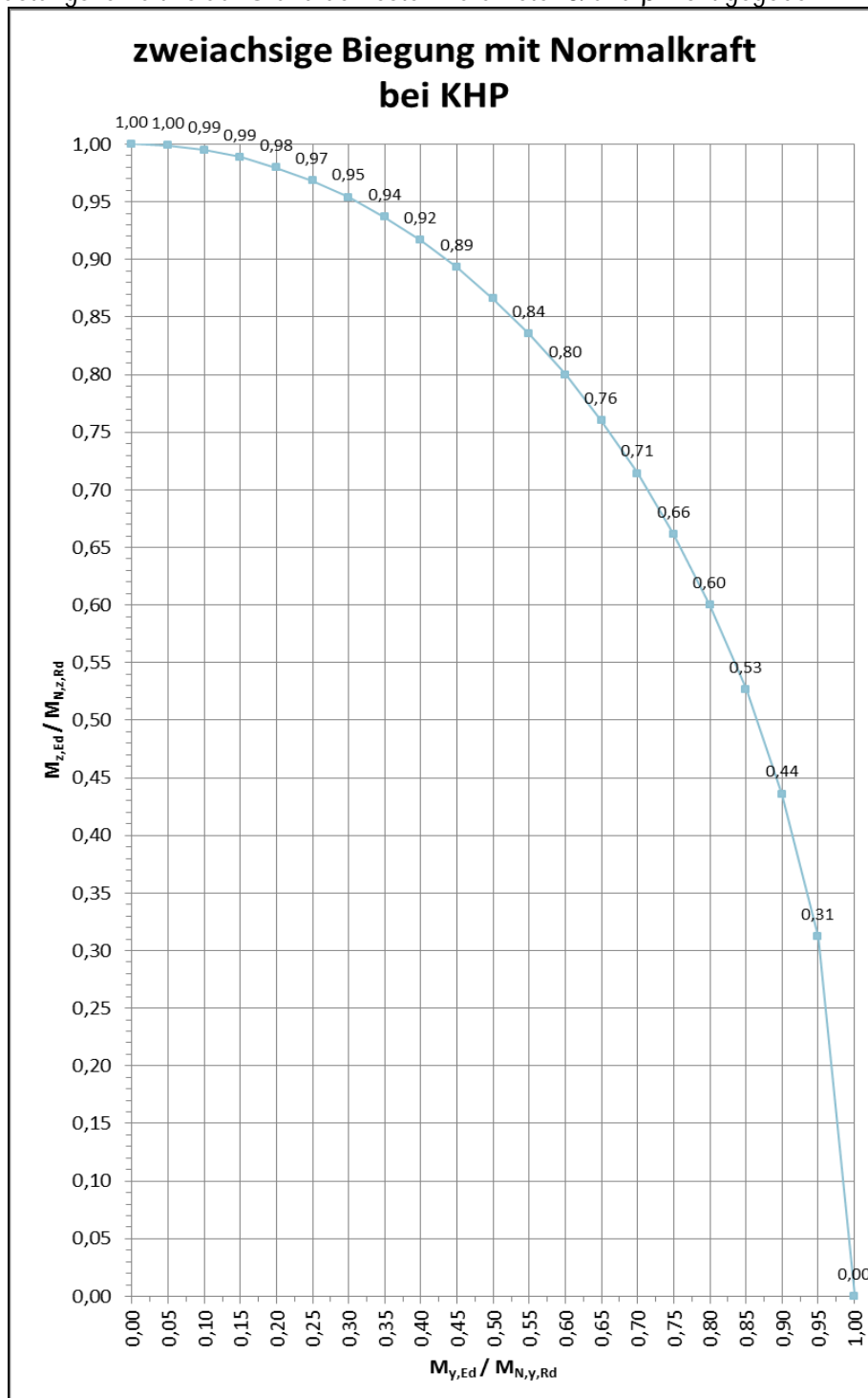
Bei I- und H-Querschnitten ergeben sich die in den folgenden beiden Diagrammen dargestellten maximalen Auslastungsverhältnisse in Abhängigkeit von der Normalkraftauslastung n des Querschnitts.



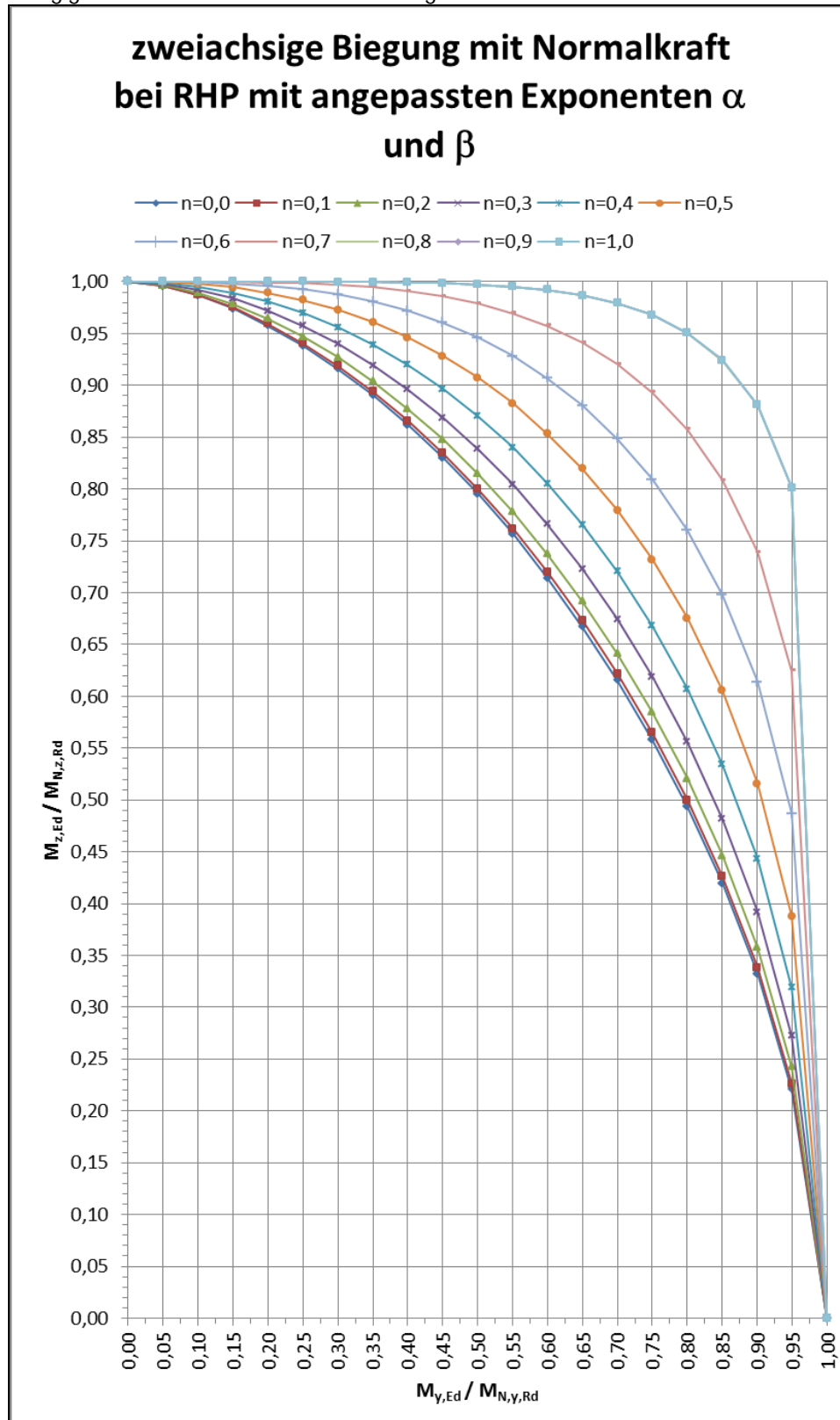


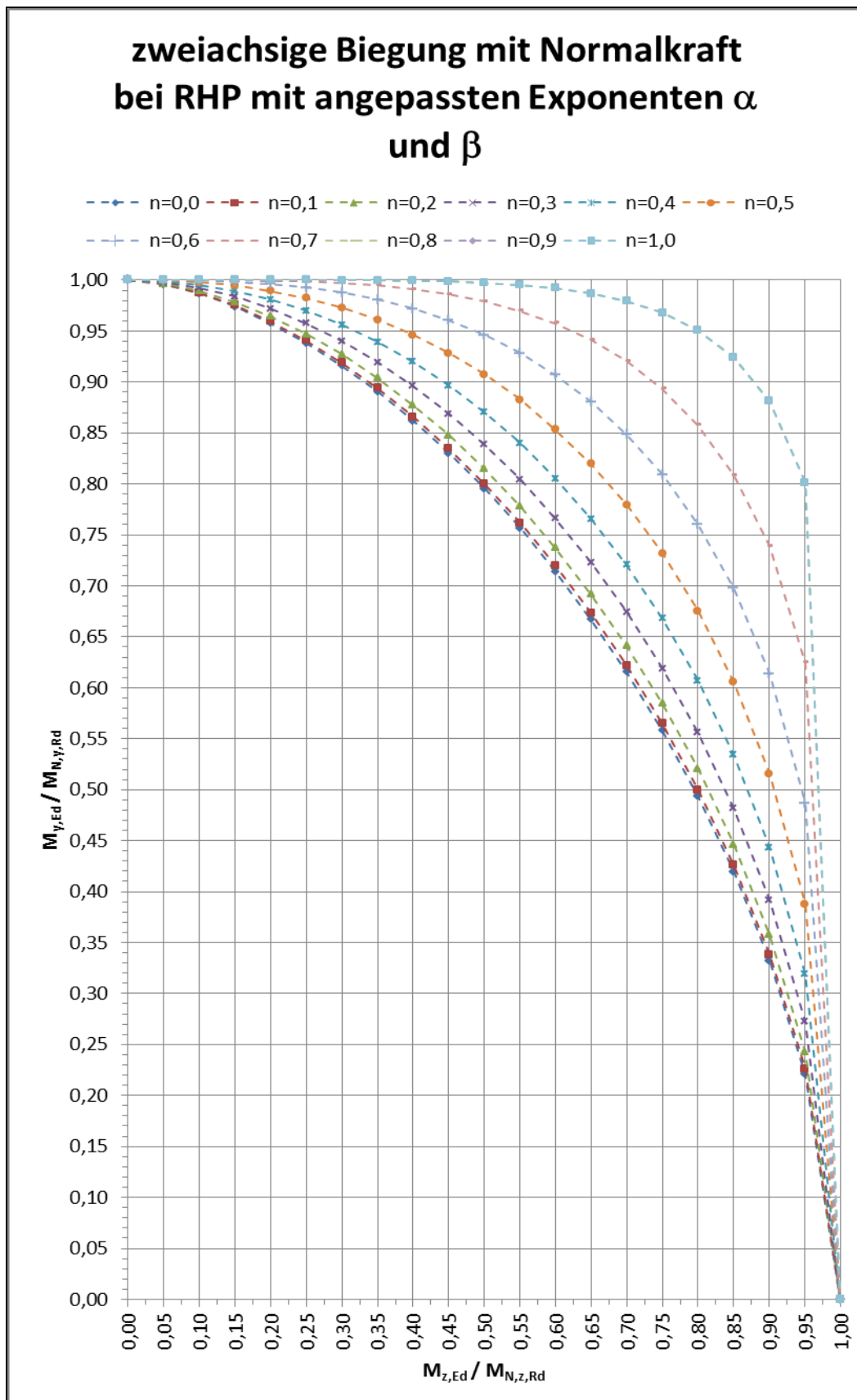
An Hand dieser Diagramme wird ersichtlich, dass bis zu einer Normalkraftauslastung $n \leq 0,2$ die Auslastungsverhältnisse identisch sind.

Bei runden Hohlprofilen (KHP) ergibt sich das in dem folgenden Diagramm dargestellten maximale Auslastungsverhältnis. Eine Abhängigkeit von der Normalkraftauslastung n des Querschnitts ist bei diesem Auslastungsverhältnis auf Grund der festen Parameter α und β nicht gegeben.



Bei rechteckigen Hohlprofilen (RHP) ergeben sich, unter Berücksichtigung der angepassten Exponenten α und β , die in den folgenden beiden Diagrammen dargestellten maximalen Auslastungsverhältnisse in Abhängigkeit von der Normalkraftauslastung n des Querschnitts.

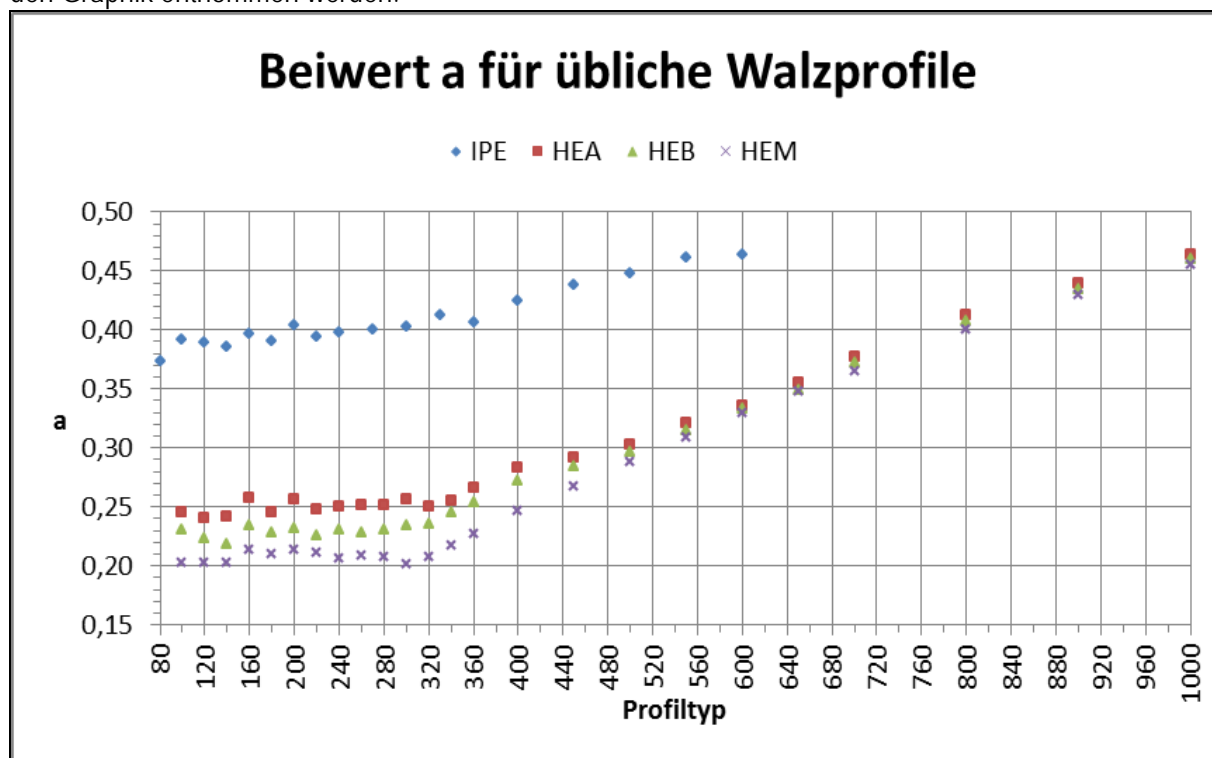




Der abgeminderte Bemessungswert der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit $M_{N,y,Rd}$ bzw. $M_{N,z,Rd}$ ergibt sich aus der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit $M_{pl,Rd}$ des jeweiligen Querschnitts. Somit kann die Auswertung der Auslastungsverhältnisse auch auf die plastische Momentenbeanspruchbarkeit $M_{pl,Rd}$ bezogen werden. Hierfür müssen jedoch einige weitere Betrachtungen vorgenommen werden, auf die im Folgenden detaillierter eingegangen werden soll.

Es soll zuerst die Bestimmung der abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit $M_{N,y,Rd}$ bzw. $M_{N,z,Rd}$ bei gewalzten und geschweißten I- oder H-Querschnitten mit gleichem Flansch detaillierter betrachtet werden.

Hier müssen immer das Flächenverhältnis a und der Normalkraftausnutzungsgrad n berücksichtigt werden. Die ermittelten Flächenverhältnisse a für gewalzte I-Profile nach Liefernorm können der folgenden Graphik entnommen werden.



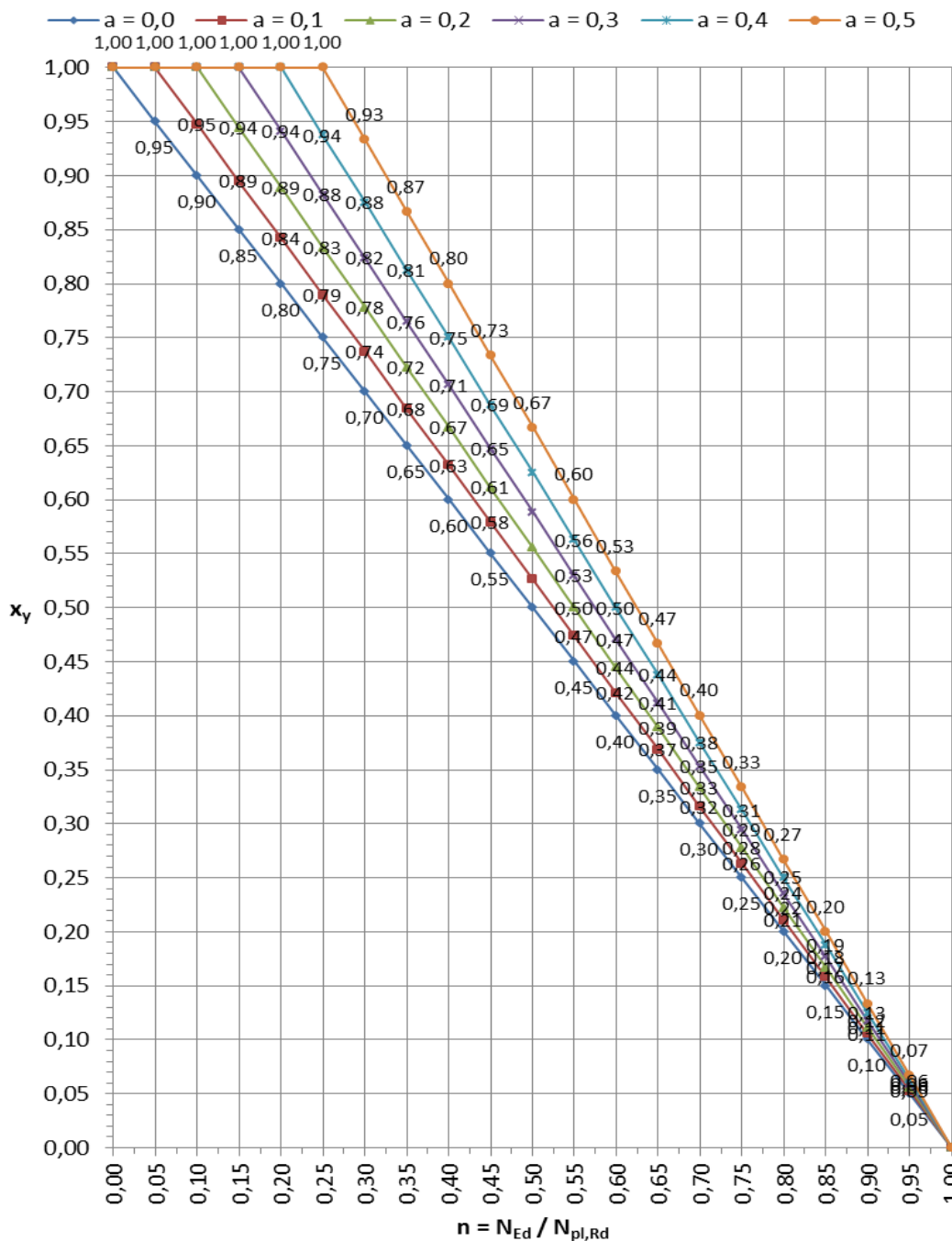
Aus dieser Graphik wird ersichtlich, dass bei diesen Profilen das Flächenverhältnis a nie den Grenzwert von 0,5 erreicht.

Der Normalkraftausnutzungsgrad n kann grundsätzlich Werte von $0,0 \leq n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 1,0$ annehmen.

Für eine Momentenbeanspruchung um die y-Achse kann unter Berücksichtigung dieser Grenzen der Abminderungsfaktor $x_y = \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a}$ der plastischen Momententragfähigkeit $M_{pl,y,Rd}$ bestimmt werden.

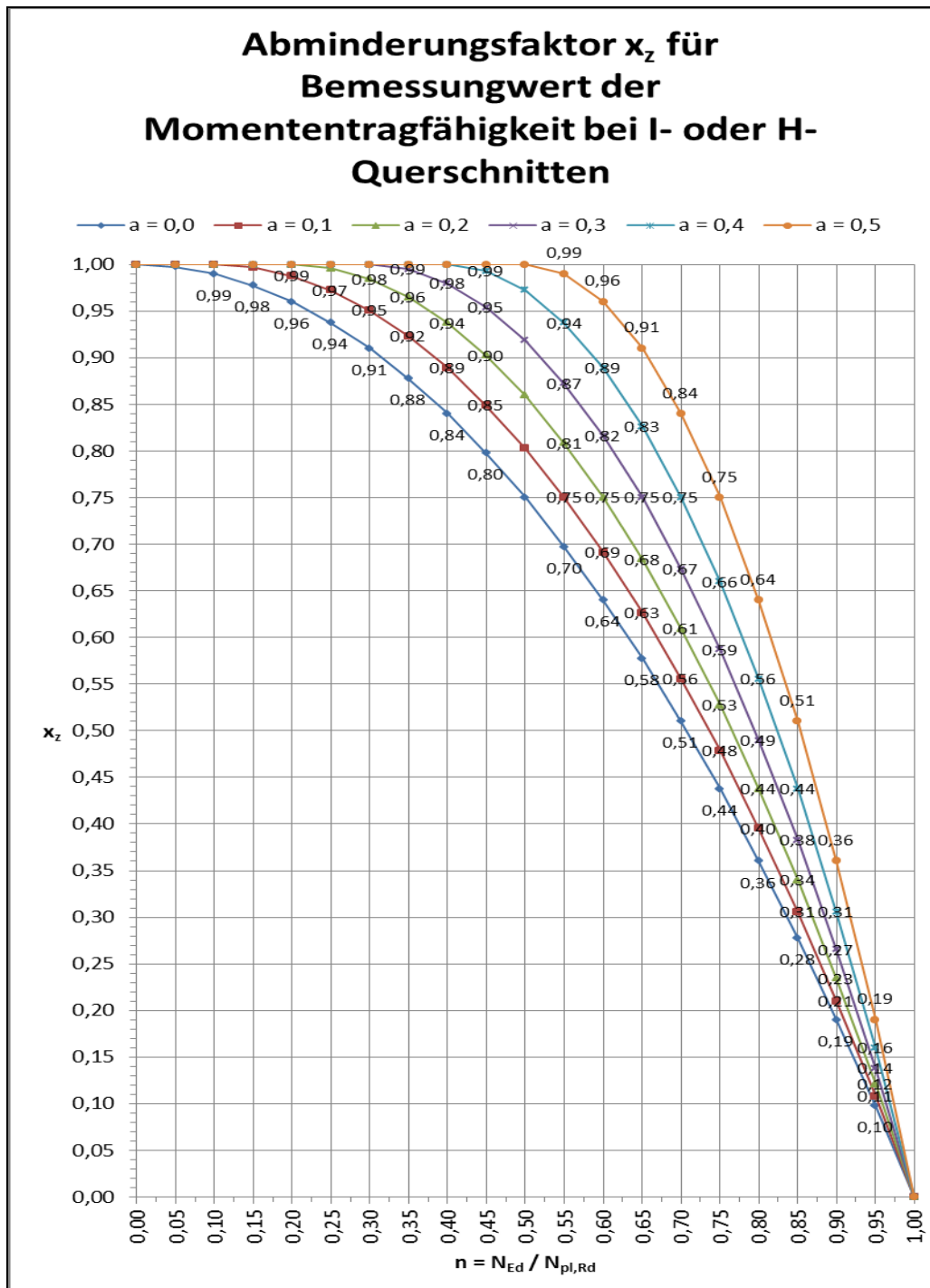
In der folgenden Graphik sind die entsprechenden Ergebnisse dargestellt.

Abminderungsfaktor $x_y = (1 - n) / (1 - 0,5 * a) \leq 1,0$ für Bemessungswert der Momententragfähigkeit bei I- oder H- Querschnitten



Bei einer Momentenbeanspruchung um die z-Achse kann ebenfalls unter Berücksichtigung der vorge-
nannten Grenzen der Abminderungsfaktor x_z der plastischen Momententragfähigkeit $M_{pl,z,Rd}$ bestimmt
werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass für $n \leq a$ der Faktor $x_z = 1,0$ und für $n > a$ der Faktor

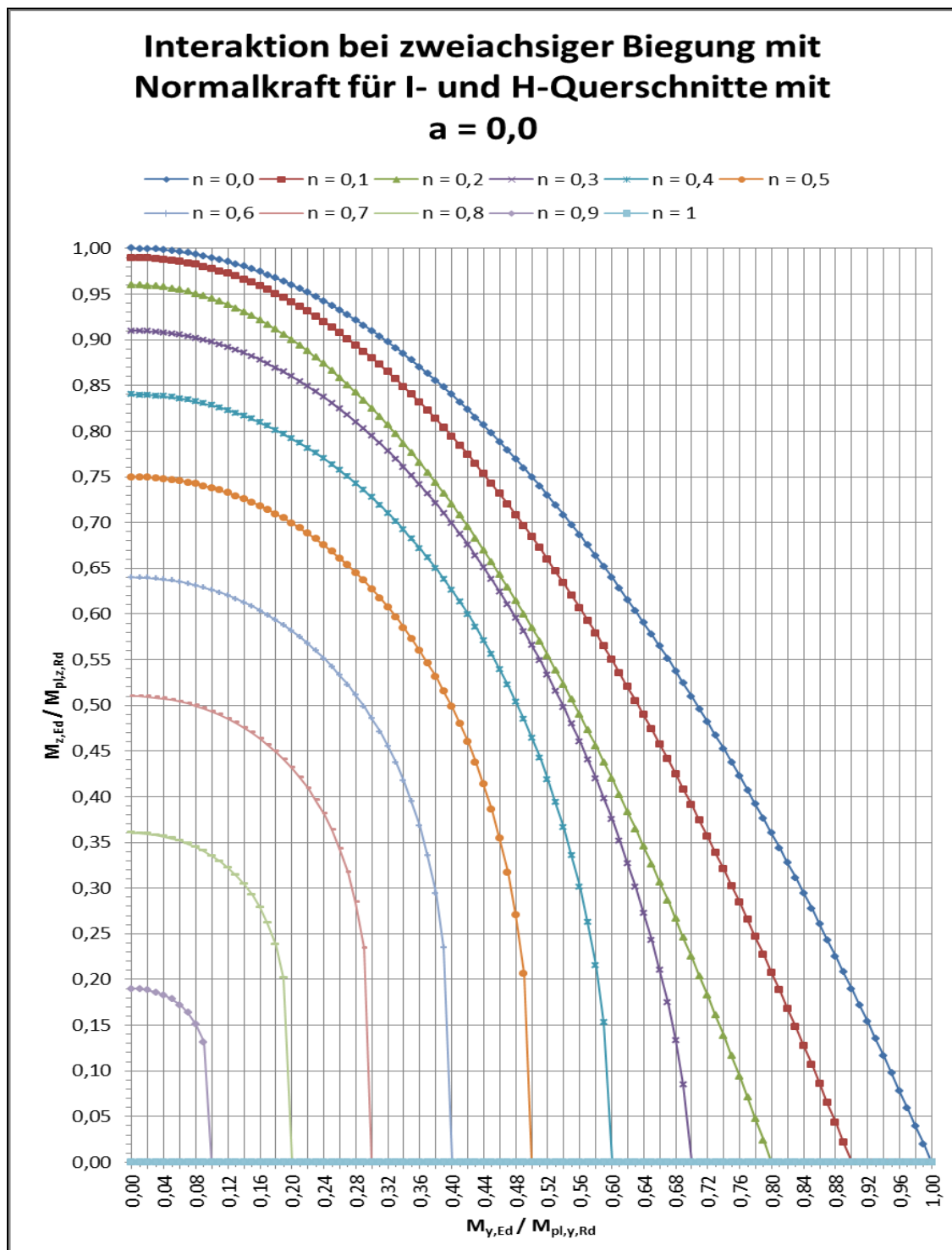
$x_z = 1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2$ anzusetzen ist. In der folgenden Graphik sind die entsprechenden Ergebnisse darge-
stellt.

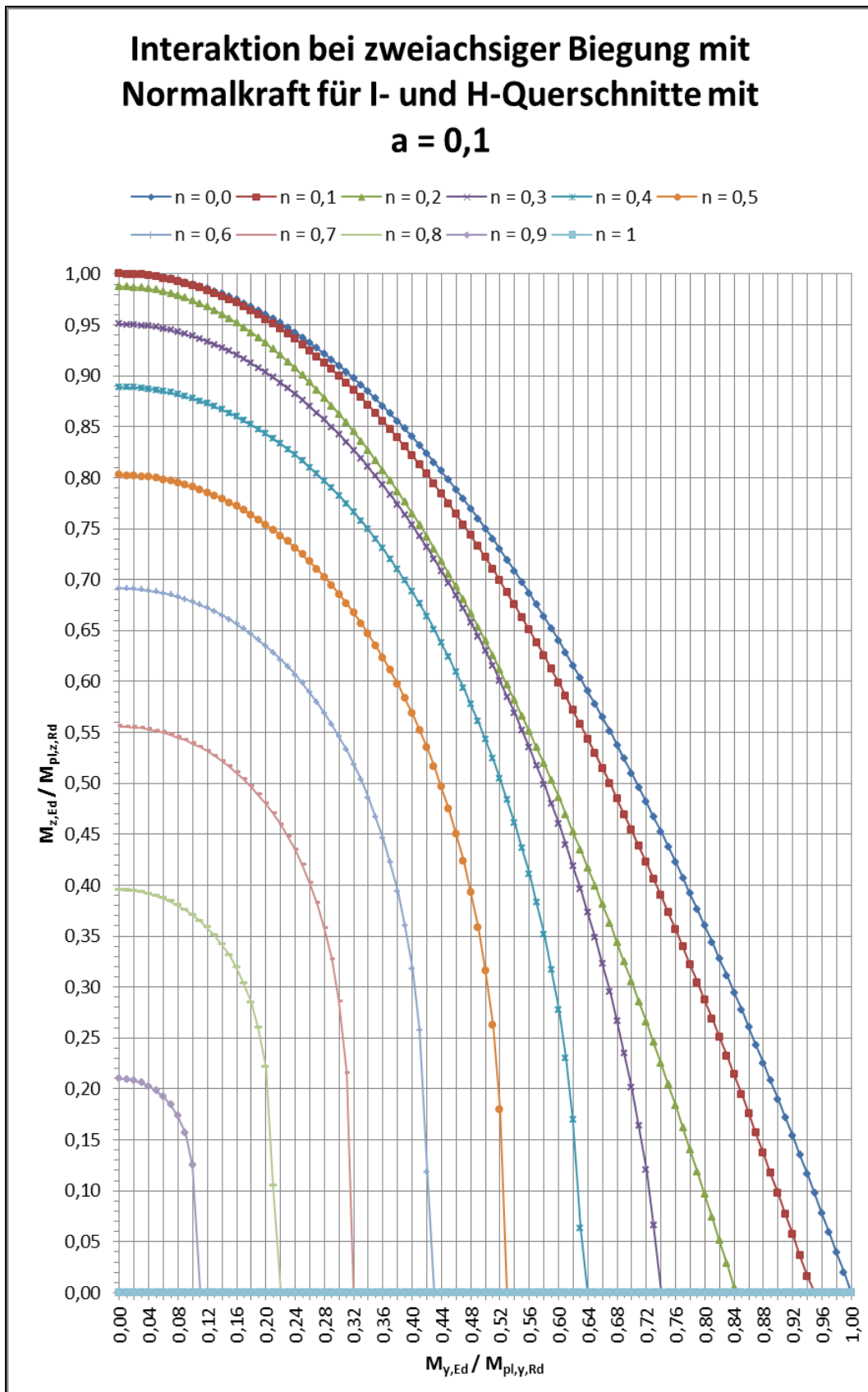


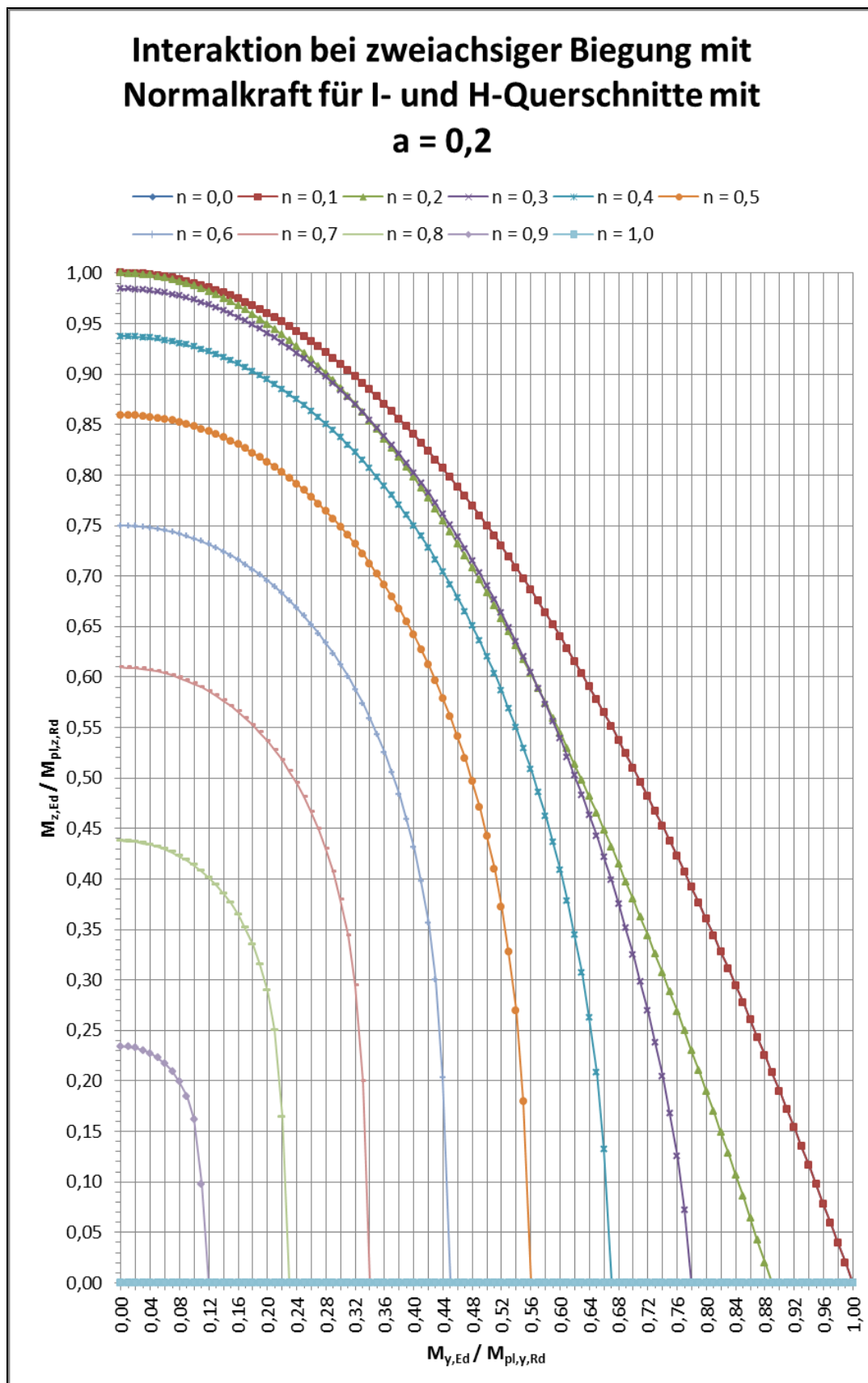
Nach diesen Vorberechnungen kann der Nachweis für gewalzte und geschweißte I- oder H-Querschnitte bei zweiachsiger Biegung unter Berücksichtigung der Normalkrafteinwirkung geführt werden.

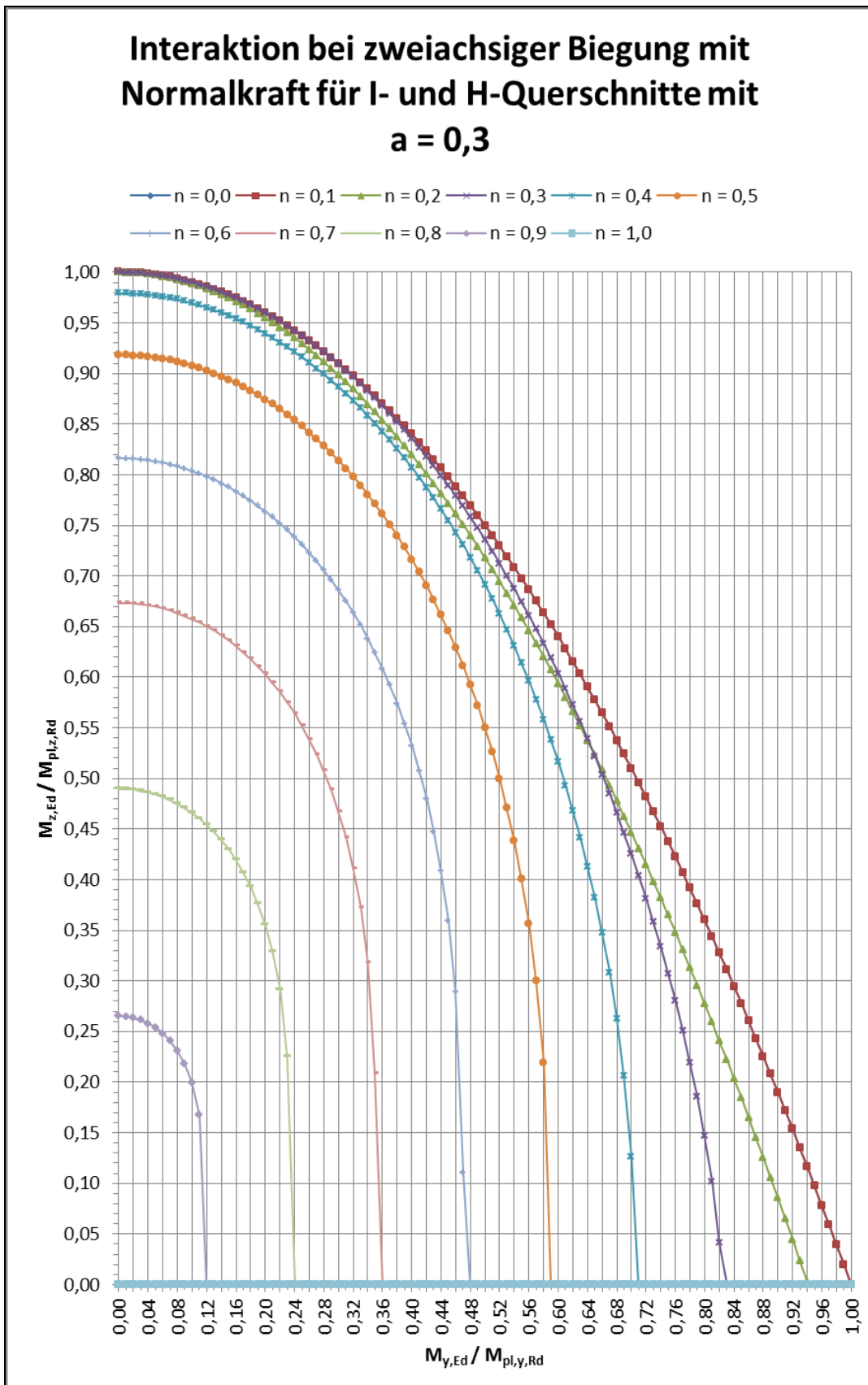
Eine Auswertung der Verhältnisse der Momentenauslastungen $\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}}$ und $\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$ wurde für ver-

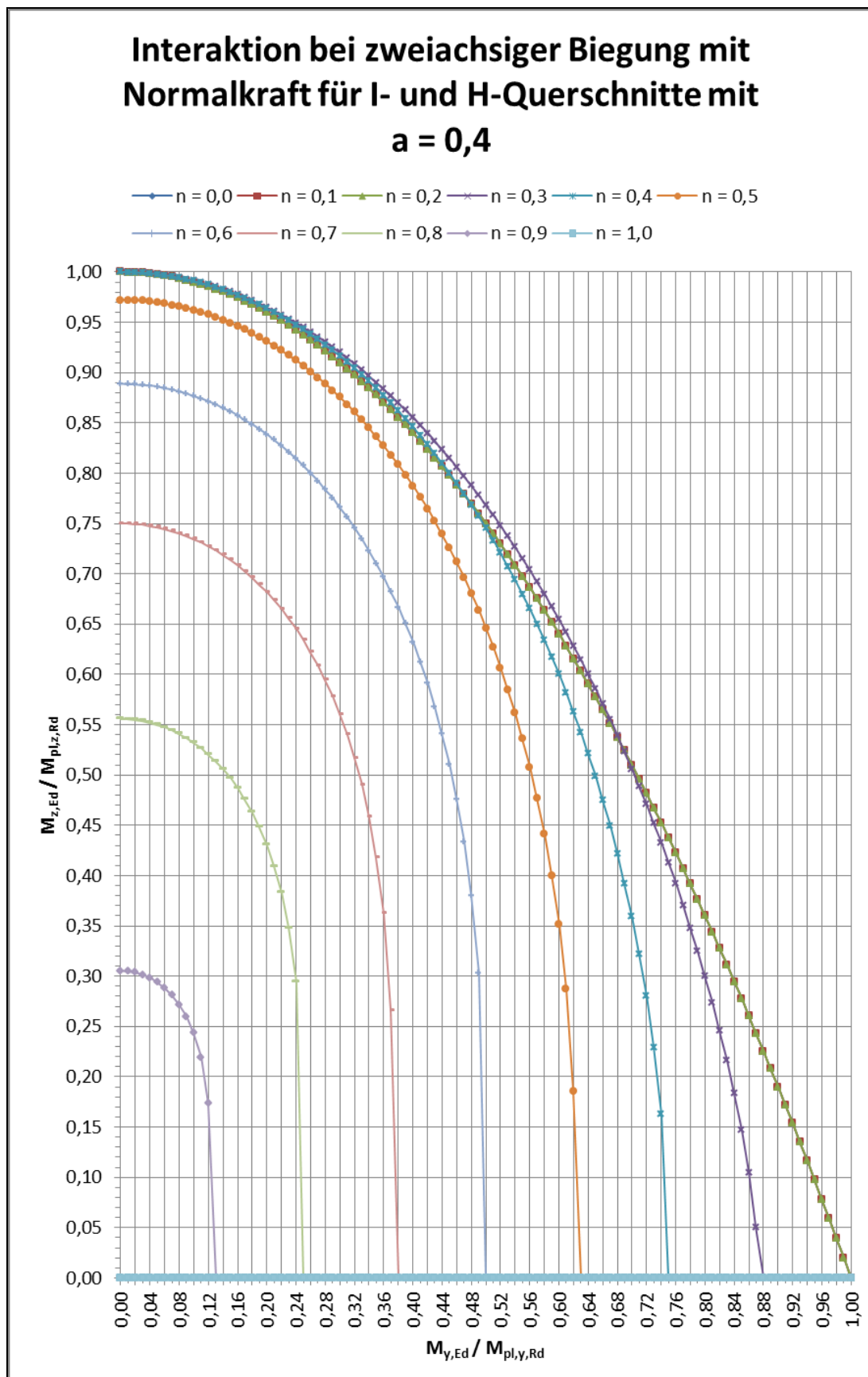
schiedene Flächenverhältnisse a und Normalkraftauslastungen n vorgenommen. Die entsprechenden Ergebnisse können den folgenden sechs Diagrammen entnommen werden.

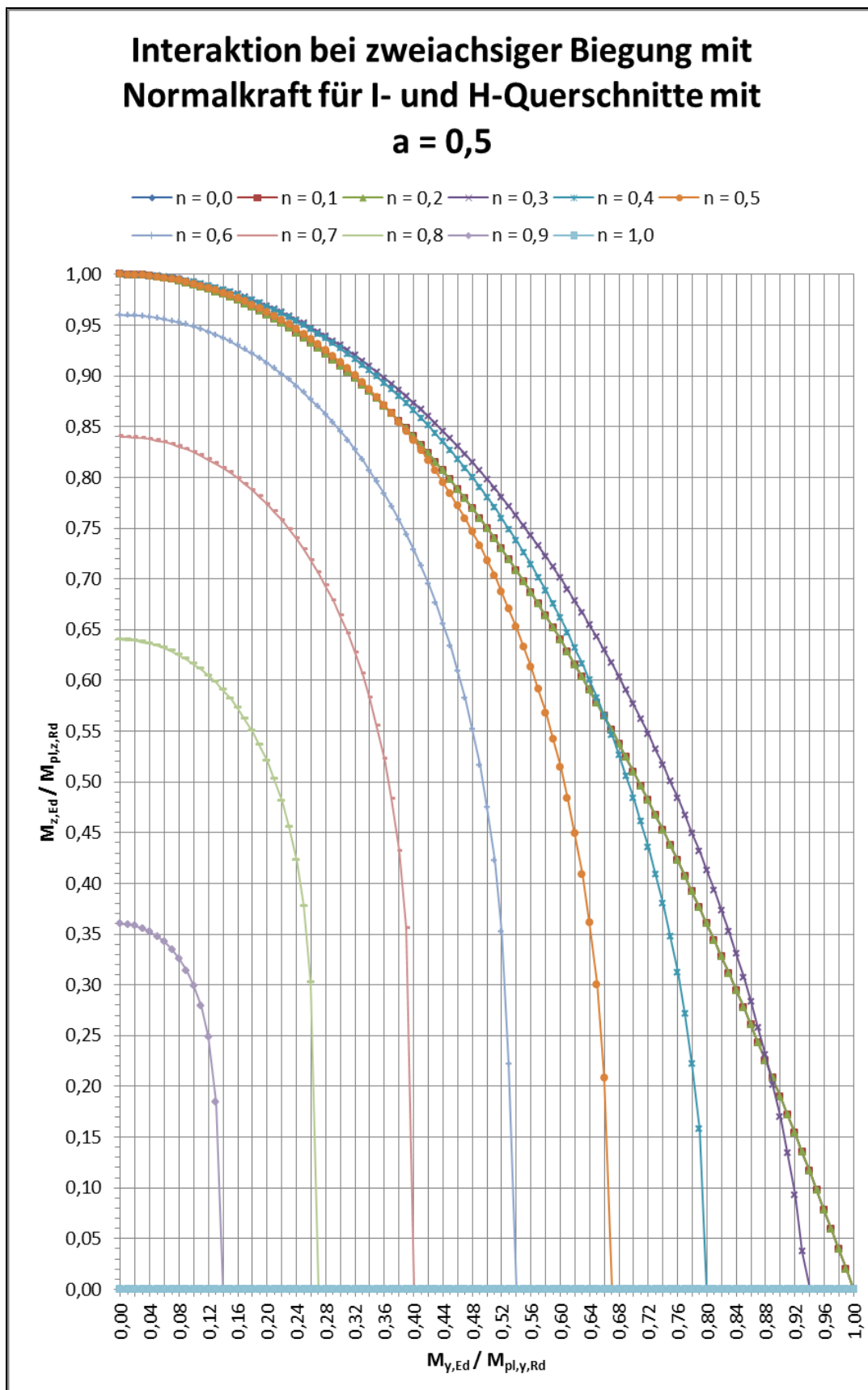




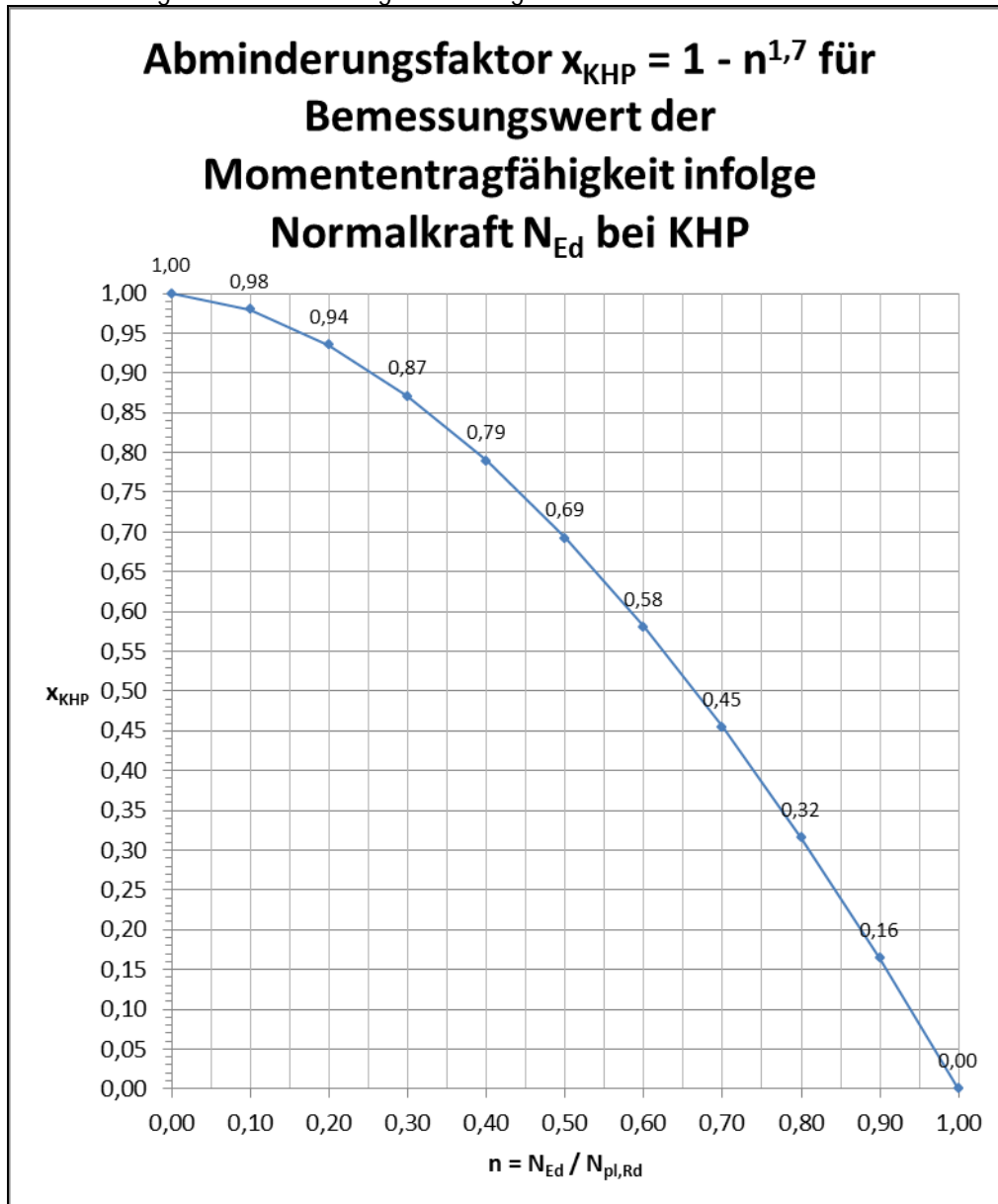




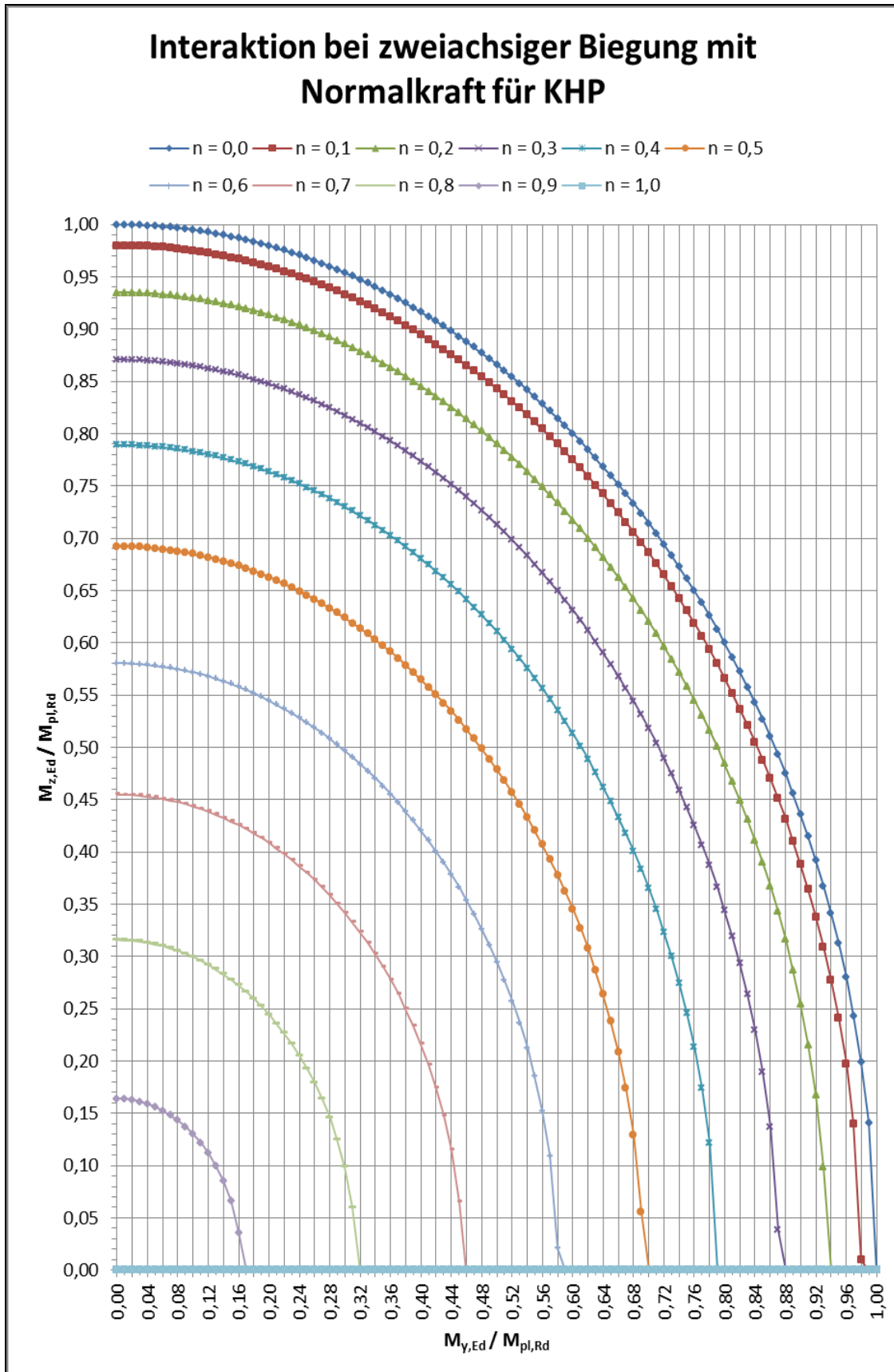




Jetzt soll die Bestimmung der abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit $M_{N,y,Rd}$ bzw. $M_{N,z,Rd}$ bei runden Hohlquerschnitten detaillierter betrachtet werden. Bei runden Hohlquerschnitten (KHP) ist auf Grund der Doppelsymmetrie die Nachweisführung deutlich einfacher. Der Abminderungsfaktor beträgt $\chi_{KHP} = 1 - n^{1,7}$. Die Ergebnisse für χ_{KHP} in Abhängigkeit von der Normalkraftauslastung n können dem folgenden Diagramm entnommen werden.



Mit Hilfe dieser Vorüberlegung, kann sehr einfach der Nachweis für KHP bei zweiachsiger Biegung unter Berücksichtigung der Normalkrafteinwirkung geführt werden. Eine Auswertung der Verhältnisse der Momentenauslastungen $\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}}$ und $\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$ wurde für verschiedene Normalkraftauslastungen n vorgenommen. Die Ergebnisse können dem folgenden Diagramm entnommen werden.



Zuletzt soll die Bestimmung der abgeminderten Bemessungswerte der plastischen Momentenbeanspruchbarkeit $M_{N,y,Rd}$ bzw. $M_{N,z,Rd}$ bei rechteckigen Hohlquerschnitten detaillierter betrachtet werden. Bei rechteckigen Hohlquerschnitten (RHP) gestaltet sich der Nachweis wieder etwas schwieriger als bei KHP und ist vergleichbar mit der Nachweisführung bei I- oder H-Querschnitten.

Bezüglich der Abminderungsfaktoren $x_f = \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a_f}$ und $x_w = \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a_w}$ wird auf die Auswertung

für x_y bei I- und H-Querschnitten verwiesen, da sich jeweils identische Werte ergeben, wenn für $a = a_f$ bzw. $a = a_w$ angenommen wird.

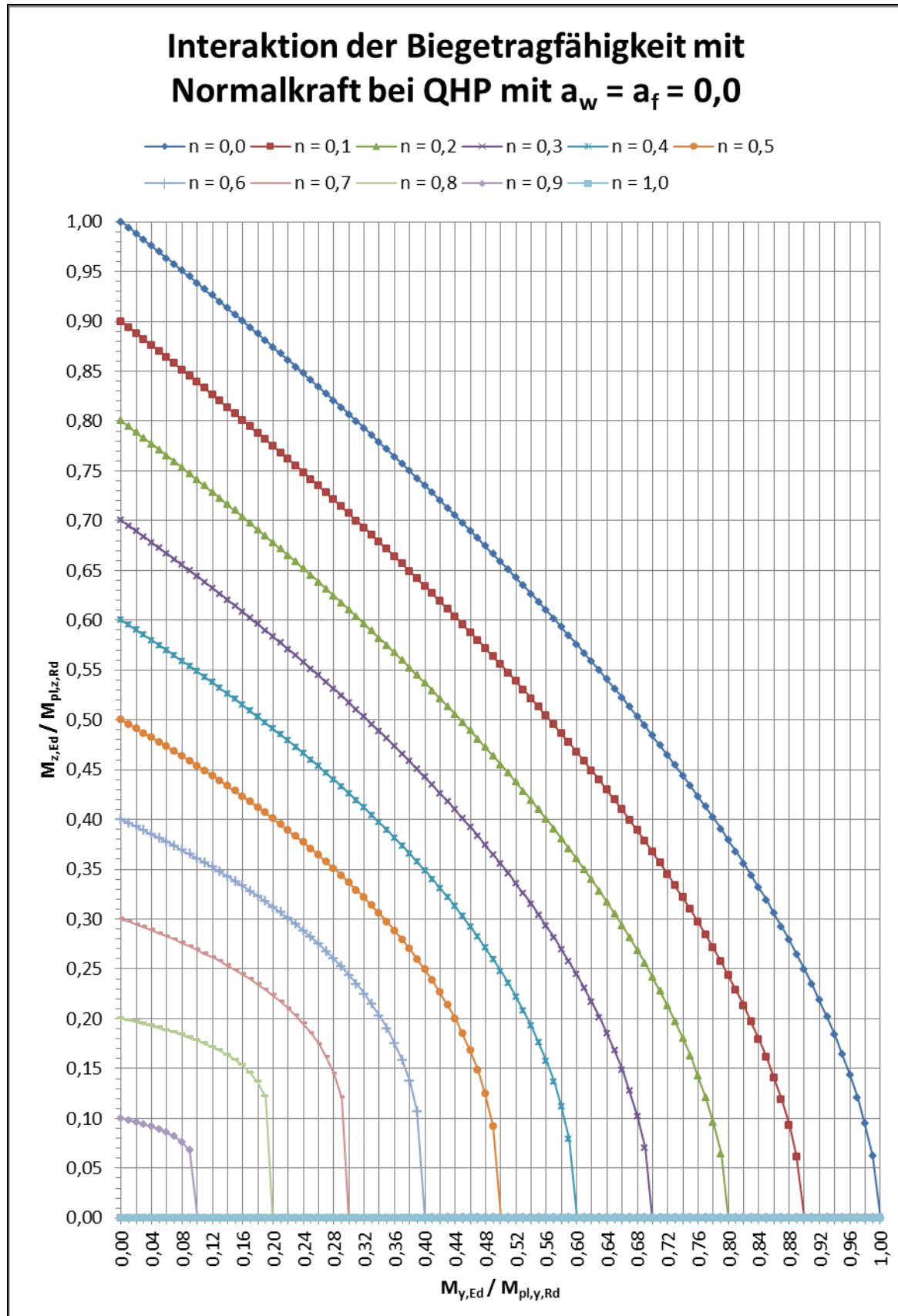
Bei der weiteren Berechnung ist zu beachten, dass abweichend von den Vorgaben aus [1] die ange-

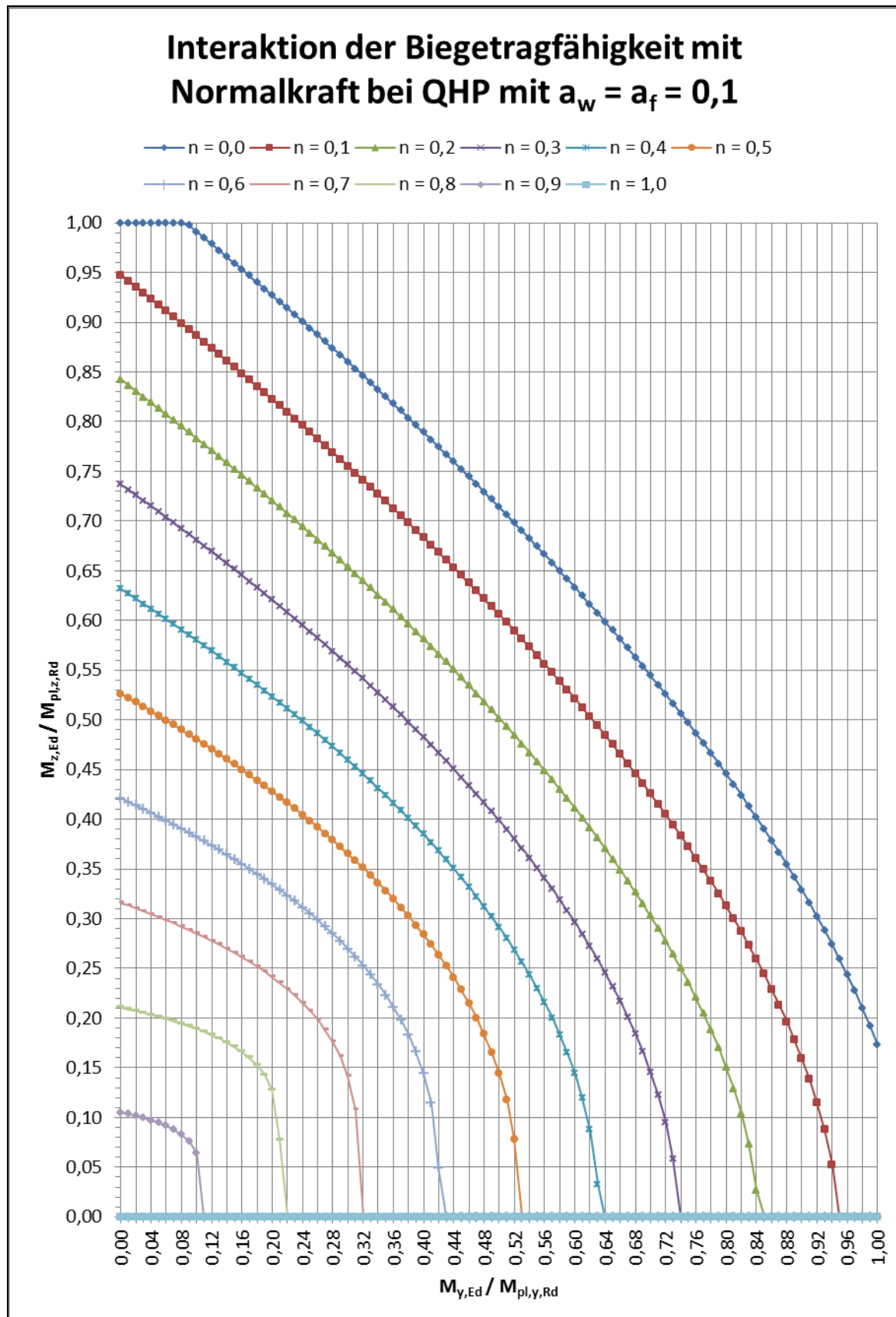
passte Gleichung $\alpha = \beta = \left| \frac{1,66}{1-1,13 \cdot n^2} \right| \leq 6$ angewandt wird.

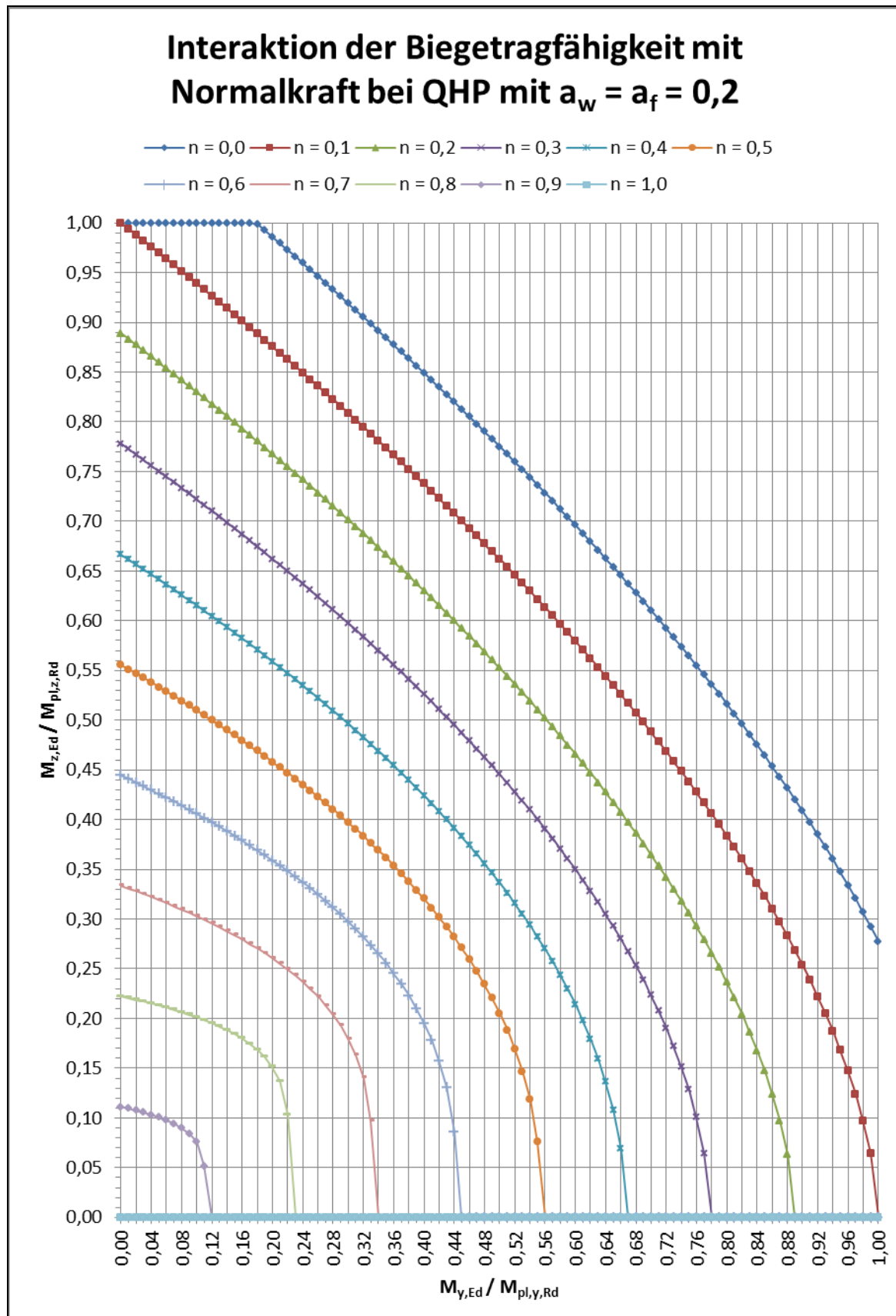
Bei Beachtung dieser Voraussetzungen kann der Nachweis für RHP bei zweiachsiger Biegung unter Berücksichtigung der Normalkrafteinwirkung geführt werden. Eine Auswertung der Verhältnisse der

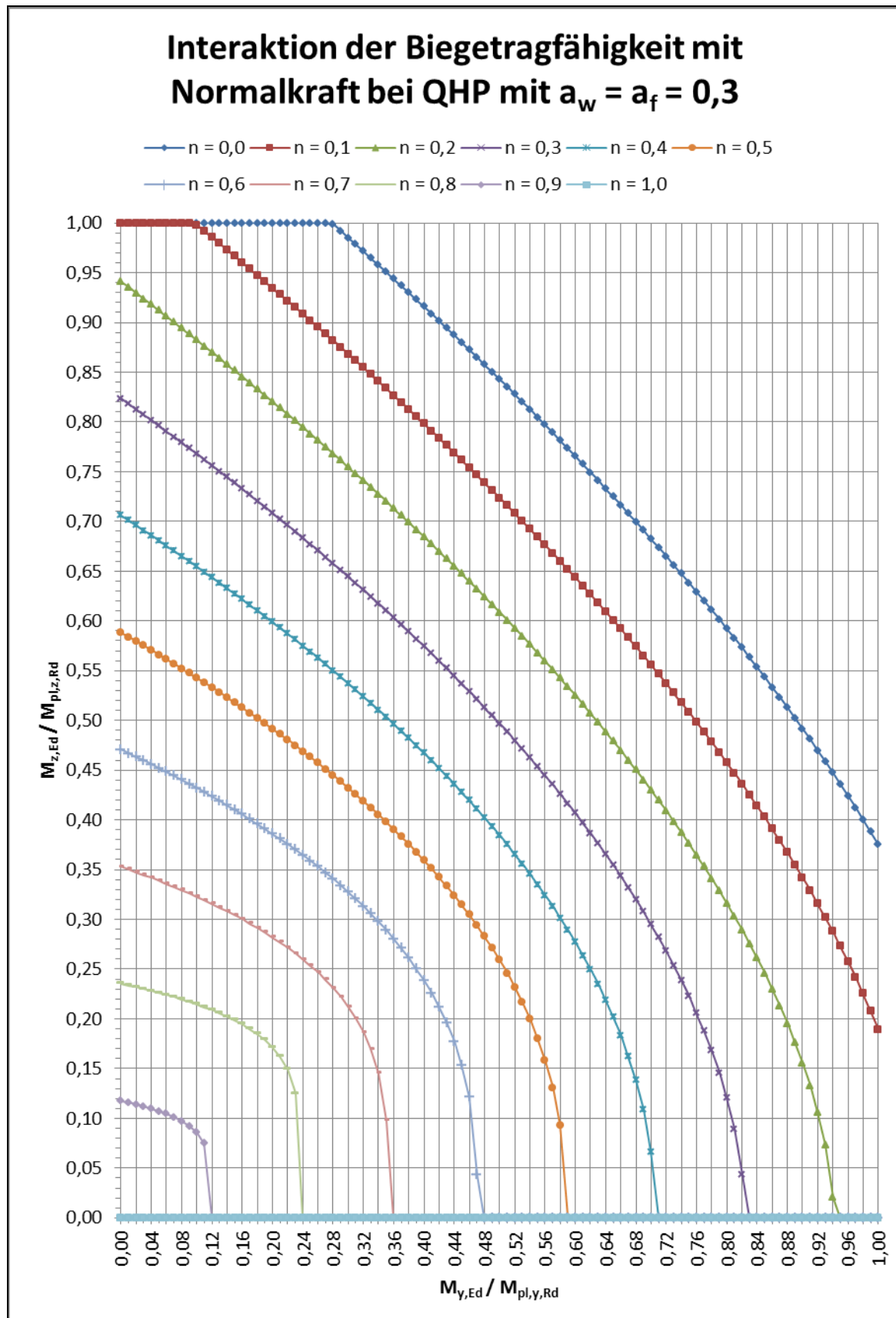
Momentenauslastungen $\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}}$ und $\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$ wurde zuerst für quadratische Hohlprofilquerschnitte

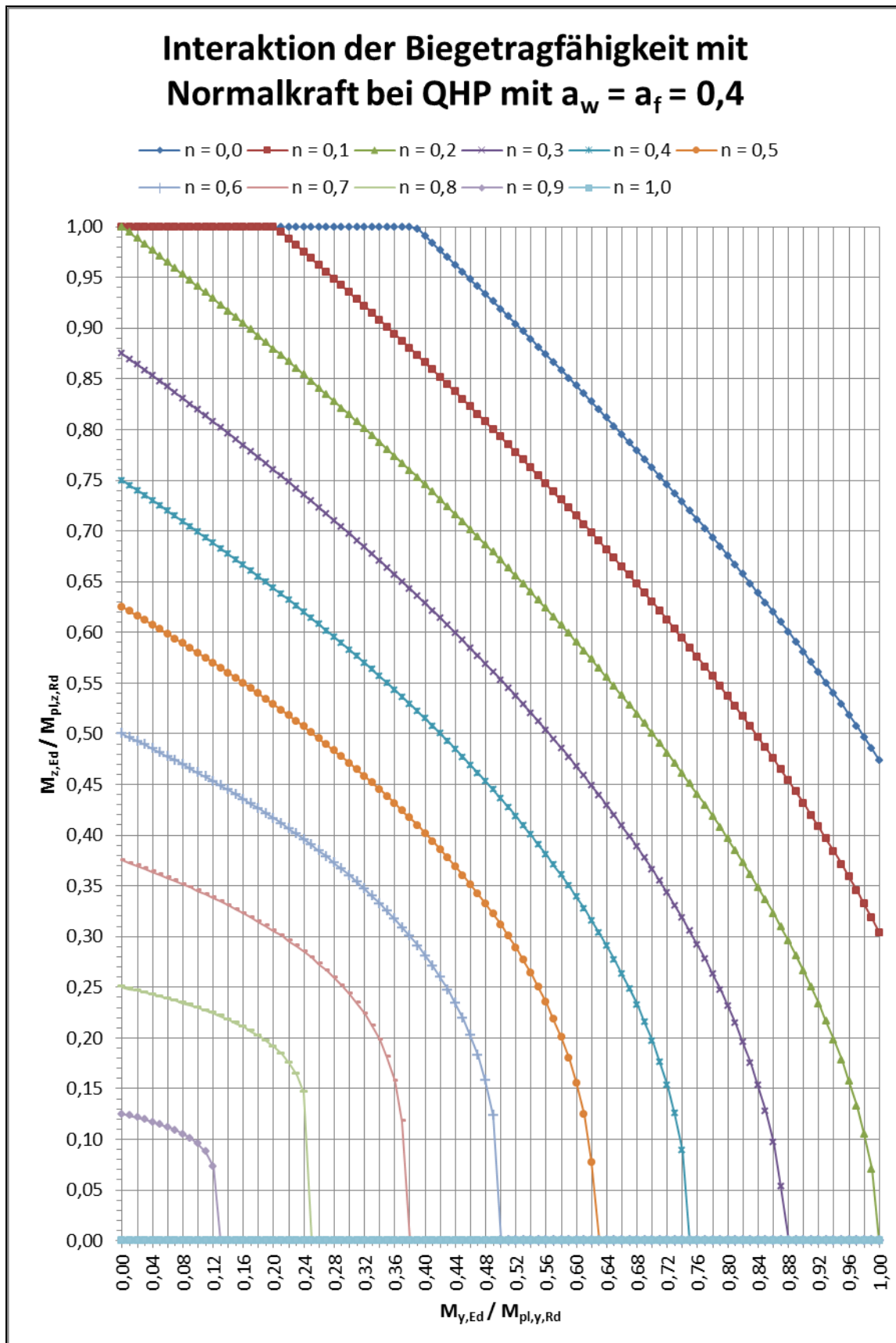
(QHP) mit verschiedene Flächenverhältnisse $a_w = a_f$ sowie Normalkraftauslastungen n vorgenommen. Die Ergebnisse können den folgenden sechs Diagrammen entnommen werden.

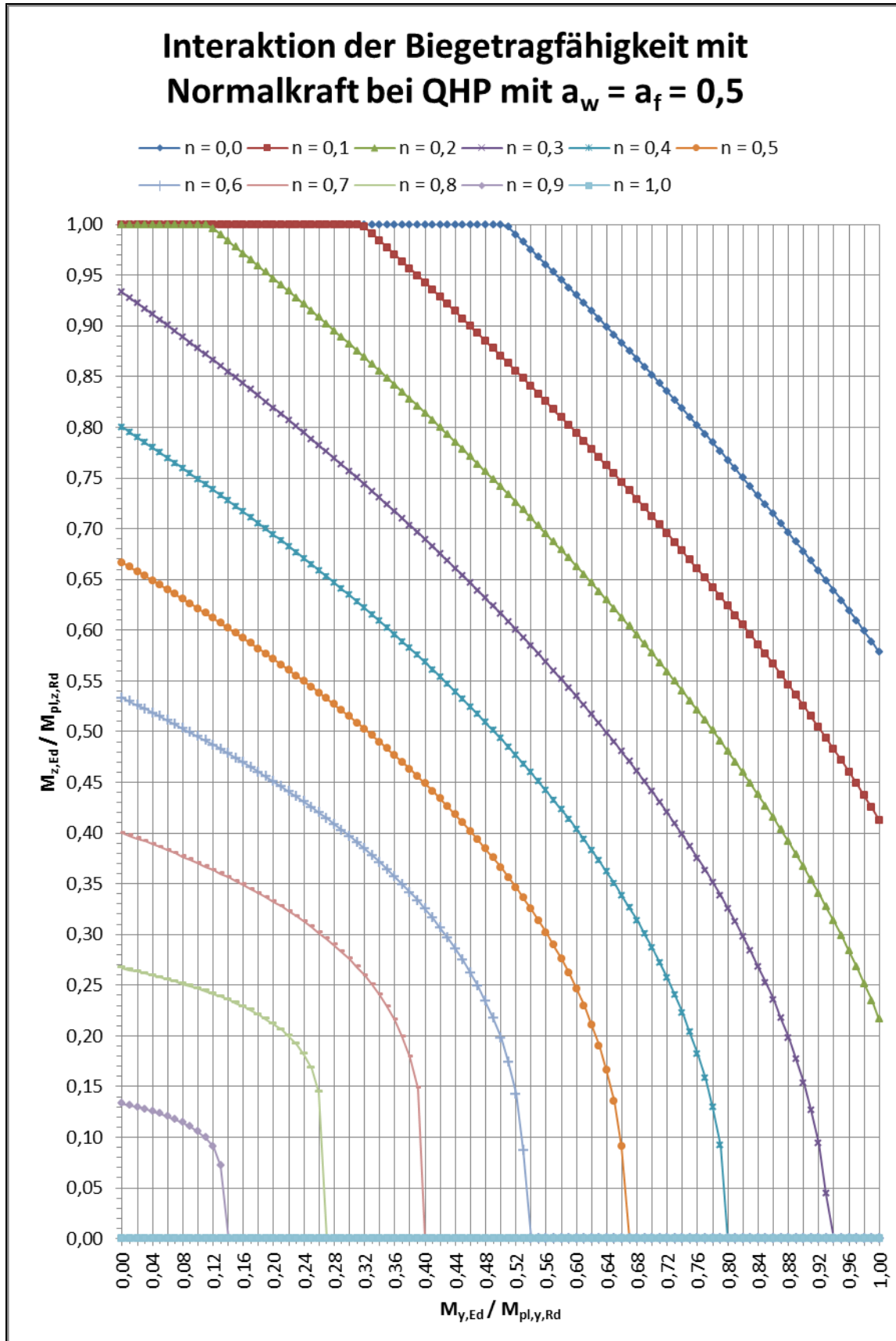












Mit Hilfe dieser Diagramme können sehr schnell die jeweiligen Grenzwerte der Momentenverhältnisse bei einer zweiachsigen Momentenbeanspruchung $M_{y,Ed}$ und $M_{z,Ed}$ sowie einer Normalkraftbeanspruchung N_{Ed} ermittelt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass diese Diagramme nur bei Profilen der Querschnittsklassen 1 und 2 angewendet werden dürfen.

Literatur:

- | | | |
|-----|----------------------------|---|
| [1] | DIN EN 1993-1-1:2010-12 | Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den
Hochbau |
| [2] | DIN EN 1993-1-1/A1:2014-07 | Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den
Hochbau – 1. Änderung |
| [3] | DIN EN 1993-1-1/NA:2015-08 | Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode
3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den
Hochbau |

Impressum

Landesamt für Bauen und Verkehr
Bautechnisches Prüfamt
T. Schellenberg
Gulbener Straße 24
03046 Cottbus
Telefon 03342 4266-3501
Telefax 03342 4266-7608
PoststelleCB@LBV.Brandenburg.de
www.lbv.brandenburg.de